

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»  
ФАКУЛЬТЕТ РУССКОГО ЯЗЫКА И ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН

---

**А.И. Громов, Н.А. Пыхтина**

# **МАТЕМАТИКА**

**СБОРНИК УПРАЖНЕНИЙ И ЗАДАЧ**

*для подготовки к освоению  
профессиональных образовательных программ  
медико-биологических направлений подготовки  
на русском языке*

Москва  
Российский университет дружбы народов  
2016

УДК 51(072.8)  
ББК 22.1  
Г84

Утверждено  
РИС Ученого совета  
Российского университета  
дружбы народов

- Громов, А. И.**  
Г87 Математика : сборник упражнений и задач для подготовки к освоению профессиональных образовательных программ медико-биологических направлений подготовки на русском языке / А. И. Громов, Н. А. Пыхтина. – Москва : РУДН, 2016. – 64 с. : ил.

В сборник включены различные текстовые математические задачи, способствующие формированию не только предметных компетенций курса, но и развитию лексических навыков и умений. Сборник содержит разделы: тематический план изучения дисциплины; упражнения и задачи по каждой теме курса; рекомендуемая литература. Упражнения и задачи распределены по темам.

Издание предназначено для иностранных студентов медико-биологических направлений подготовки подготовительных отделений образовательных организаций высшего образования для проведения практических занятий, организации самостоятельной работы и контроля знаний, а также для преподавателей, работающих в группах с этими студентами.

Подготовлено на кафедре математики и информатики факультета русского языка и общеобразовательных дисциплин РУДН.

ISBN 978-5-209-07679-7

© Громов А.И., Пыхтина Н.А., 2016  
© Российский университет  
дружбы народов, 2016

## Оглавление

### Оглавление

Тематический план изучения дисциплины .....	5
Натуральные числа .....	7
<i>Упражнения</i> .....	7
<i>Задачи</i> .....	8
Целые числа. Арифметические действия и их порядок .....	9
<i>Упражнения</i> .....	9
<i>Задачи</i> .....	14
Сравнение чисел. Делимость .....	15
<i>Упражнения</i> .....	15
<i>Задачи</i> .....	17
Признаки делимости. НОК, НОД .....	20
<i>Упражнения</i> .....	20
<i>Задачи</i> .....	21
Степень. Формулы сокращенного умножения .....	24
<i>Упражнения</i> .....	24
<i>Задачи</i> .....	24
Дроби .....	26
<i>Упражнения</i> .....	26
<i>Задачи</i> .....	29
Десятичные дроби .....	30
<i>Упражнения</i> .....	30
<i>Задачи</i> .....	31
Числовые множества. Числовая прямая .....	33
<i>Упражнения</i> .....	33
<i>Задачи</i> .....	34
Числовые промежутки. Модуль .....	37
<i>Упражнения</i> .....	37
<i>Задачи</i> .....	37
Отношения. Пропорции. Проценты .....	38
<i>Упражнения</i> .....	38
<i>Задачи</i> .....	39

Арифметический квадратный корень. Арифметический корень степени $n$ .....	41
<i>Упражнения</i> .....	41
<i>Задачи</i> .....	42
Прямоугольная система координат. Разложение квадратного трехчлена на множители .....	44
<i>Упражнения</i> .....	44
Уравнения и неравенства квадратные, дробно рациональные .....	46
<i>Упражнения</i> .....	46
<i>Задачи</i> .....	47
Функция. Свойства функции .....	48
<i>Упражнения</i> .....	48
<i>Задачи</i> .....	54
Квадратичной функции .....	56
<i>Упражнения</i> .....	56
<i>Задачи</i> .....	56
Корень $n$ -й степени. Степень с рациональным показателем .....	57
<i>Упражнения</i> .....	57
Степенная функция .....	59
<i>Упражнения</i> .....	59
Показательная функция. Показательные уравнения .....	59
<i>Упражнения</i> .....	59
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения .....	60
<i>Упражнения</i> .....	60
Тригонометрические функции .....	61
<i>Упражнения</i> .....	61
Список рекомендуемой литературы .....	63

### Тематический план изучения дисциплины

Количество аудиторных часов – 100, из них

I семестр (16 недель) - 64 часа,

II семестр (18 недель) - 36 часов;

Часов в неделю:

I семестр - 4 часа,

II семестр - 2 часа;

Итоговая аттестация зачет по окончании 1 семестра и экзамен по окончании 2 семестра.

1 семестр				
№	Тема	Аудиторные часы	Форма контроля	
1	Натуральные числа.	2	Контрольная работа № 1	
2	Целые числа. Арифметические действия и их порядок.	2		
3	Сравнение чисел. Делимость	2		
4	Признаки делимости. НОК, НОД	4	Контрольная работа № 2	
5	Степень. Формулы сокращенного умножения	4		
6	Дроби	6		
7	Десятичные дроби	6	Контрольная работа № 3	
8	Числовые множества. Числовая прямая	4		
9	Числовые промежутки. Модуль	4		
10	Отношения. Пропорции. Проценты	6	Контрольная работа № 4	
11	Арифметический квадратный корень. Область определения. Арифметический корень	6		
12	Уравнения. Неравенства. Прямоугольная система координат. Разложение квадратного трехчлена на множители. Квадратные уравнения	8		
			2	Зачет

2 семестр				
№	Тема	Аудиторные часы		Форма контроля
1	Функции. Линейная функция. Свойства функции	2	2	Контрольная работа № 1
2	Исследование квадратичной функции	4		
3	Корень n-й степени. Степень с рациональным показателем	2	2	Контрольная работа № 2
4	Степенная функция	4		
5	Показательная функция. Показательные уравнения	4	2	Контрольная работа № 3
6	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения	4		
7	Тригонометрические функции	6	2	Контрольная работа № 4
			2	Зачет

<i>Всего часов за год</i>	<i>Аудиторные часы</i>	<i>Контрольная работа</i>	<i>Зачет</i>
<i>100</i>	<i>80</i>	<i>16</i>	<i>4</i>

## **Натуральные числа**

### ***Упражнения***

- 1. Сколько цифр?**
- 2. Что такое нечетные числа?**
- 3. Что такое четные числа?**
- 4. Запишите числа цифрами:**

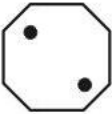
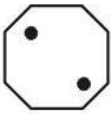
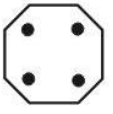
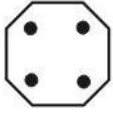
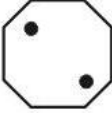
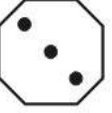
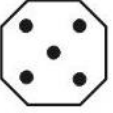
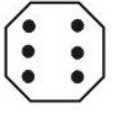
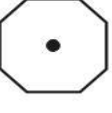
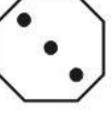
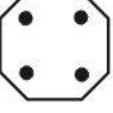
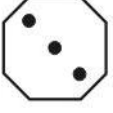
Пятнадцать, семнадцать, девятнадцать, тринадцать, двадцать восемь, семьдесят два, сорок пять, девяносто семь, триста, семьсот, пятьсот, девятьсот, двести одиннадцать, шестьсот сорок один, восемьсот девяносто три, сто пятьдесят четыре, тысяча девятьсот пять, три тысячи тридцать пять, тысяча двести одиннадцать, семь тысяч пятьсот девять.

### **5. Ответьте на вопросы.**

- 1) Число 0 – это натуральное или ненатуральное число?
- 2) Число 2 – это натуральное или ненатуральное число?
- 3) Число 39 – это натуральное или ненатуральное число?
- 4) Число 158 – это натуральное или ненатуральное число?
- 5) 2 – это цифра или число?
- 6) 3 – это цифра или число?
- 7) 37 – это цифра или число? Сколько здесь цифр?
- 8) 73 – это цифра или число? Сколько здесь цифр?
- 9) Число 56 – это четное или нечетное число?
- 10) Число 57 – это четное или нечетное число?
- 11) Число 75 – это четное или нечетное число?
- 12) Число 84 – это четное или нечетное число?

## Задачи

Задачи решаются с помощью свойств, сформулированных еще Евклидом:

<i>Первое число</i>	<i>Второе число</i>	<i>Сумма</i>	<i>Произведе- ние</i>
четно 	четно 	четна 	четно 
четно 	нечетно 	нечетна 	четно 
нечетно 	нечетно 	четна 	нечетно 

1. Четно или нечетно число  $1+2+3+4+\dots+2000$ ?

2. Можно ли разменять 25 рублей при помощи десяти купюр достоинством 1, 3 и 5 рублей?

3. Можно ли соединить 13 городов дорогами так, чтобы из каждого города выходило ровно 5 дорог?



4. В наборе было 23 гири массой 1 кг, 2 кг, 3 кг, ... 23 кг. Можно ли их разложить на две равные по массе кучки, если гирию в 21 кг потеряли?

5. Каждый человек в мире пожал какое-то количество рук. Докажите, что число людей, пожавших нечетное число рук, четно.

### Целые числа.

#### Арифметические действия и их порядок

##### Упражнения

1. Ответьте на вопросы.

1) 37 – какое это число? 2) 48 – какое это число? 3) 25 – какое это число? 4) 15 – какое это число?

2. Найдите сумму и разность чисел, заполнив таблицу:

	Первое число	Второе число	Сумма	Разность
1	8	3		
2	7	15		
3	9	4		
4	13	7		
5	11	8		
6	12	9		
7	12	4		
8	25	4		
9	48	3		
10	49	29		
11	70	14		
12	87	13		
13	116	14		
14	254	46		

15	357	43		
16	244	156		
17	13	17		
18	20	40		
19	27	39		
20	87	53		
21	89	111		
22	97	103		
23	272	1528		
24	457	543		

**3. Найдите произведение чисел (устно):**

- 1)  $5 \cdot 7$ ; 2)  $6 \cdot 8$ ; 3)  $12 \cdot 8$ ; 4)  $10 \cdot 3$ ; 5)  $2 \cdot 13 \cdot 5$ ; 6)  $2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5$ ;**  
**7)  $4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5$ ; 8)  $25 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 11$ ; 9)  $28 \cdot 99$ ; 10)  $198 \cdot 7$ ;**  
**11)  $495 \cdot 8$ ; 12)  $32 \cdot 999$ ; 13)  $16 \cdot 499$ ; 14)  $18 \cdot 307$ ; 15)  $18 \cdot 37$ ;**  
**16)  $16 \cdot 301$ ; 17)  $15 \cdot 300$ ; 18)  $28 \cdot 42$ ; 19)  $15 \cdot 192$ ; 20)  $35 \cdot 64$ ;**  
**21)  $25 \cdot 244$ ; 22)  $25 \cdot 3859 \cdot 8$ ; 23)  $35 \cdot 4756 \cdot 6$ ; 24)  $12 \cdot 5 \cdot 44$**   
**; 25)  $55 \cdot 204$ ; 26)  $28 \cdot 25 \cdot 404$ ; 27)  $65 \cdot 44 \cdot 25$ ; 28)  $55 \cdot 48 \cdot 15$ ;**  
**29)  $25 \cdot 1244$ ; 30)  $125 \cdot 888 \cdot 7$ .**

**4. Ответьте на вопросы:**

- 1) 21.  $4 \cdot 3 = 12$ . Это действие умножения или деления? Число 12 – это произведение или частное? 2) 22.  $12 - 7 = 5$ . Это действие вычитания или умножения? Число 5 – это разность или произведение? 3) 23.  $10 : 2 = 5$ . Это действие деления или сложения? Число 5 – это частное или сумма? 4) 24.  $3 + 5 = 8$ . Это сложение или вычитание? Число 8 – сумма или разность? 5) 25.  $4^2 = 16$  - какое это действие? 6) 26.  $3^2 = 9$  - какое это действие?**

5. Вычислить произведение, заполнив таблицу:

	Первое число	Второе число	Произведение
<b>1</b>	2	3	
<b>2</b>	4	3	
<b>3</b>	6	3	
<b>4</b>	10	3	
<b>5</b>	16	3	
<b>6</b>	20	3	
<b>7</b>	12	5	
<b>8</b>	6	5	
<b>9</b>	4	5	
<b>10</b>	3	5	
<b>11</b>	2	5	
<b>12</b>	1	5	
<b>13</b>	8	12	
<b>14</b>	16	12	
<b>15</b>	24	12	
<b>16</b>	32	12	
<b>17</b>	40	12	
<b>18</b>	48	12	
<b>19</b>	10	7	
<b>20</b>	12	7	
<b>21</b>	15	7	
<b>22</b>	20	7	
<b>23</b>	30	7	
<b>24</b>	60	7	
<b>25</b>	3	2	
<b>26</b>	6	4	
<b>27</b>	9	6	
<b>28</b>	9	8	
<b>29</b>	3	20	

<b>30</b>	6	15	
<b>31</b>	8	10	
<b>32</b>	9	5	
<b>33</b>	2	7	
<b>34</b>	6	14	
<b>35</b>	8	21	
<b>36</b>	10	28	

**6.** Найти частное, заполнив таблицу:

	Первое число	Второе число	Частное
<b>1</b>	12	6	
<b>2</b>	18	3	
<b>3</b>	14	7	
<b>4</b>	45	15	
<b>5</b>	30	3	
<b>6</b>	60	3	
<b>7</b>	120	3	
<b>8</b>	150	3	
<b>9</b>	180	3	
<b>10</b>	60	2	
<b>11</b>	72	2	
<b>12</b>	120	2	
<b>13</b>	150	2	
<b>14</b>	180	2	
<b>15</b>	360	2	
<b>16</b>	200	5	
<b>17</b>	200	100	
<b>18</b>	400	20	
<b>19</b>	600	60	
<b>20</b>	1200	2	
<b>21</b>	1200	24	
<b>22</b>	1200	10	

<b>23</b>	1600	10	
<b>24</b>	2000	4	
<b>25</b>	2400	12	
<b>26</b>	4800	6	
<b>27</b>	7200	48	
<b>28</b>	782	23	
<b>29</b>	1134	42	
<b>30</b>	8610	246	

7. Найти частное двумя способами. Указать наиболее выгодный из них:

- 1)  $(12 \cdot 15 \cdot 17) : 2$ ;    2)  $(12 \cdot 22 \cdot 7) : 3$ ;    3)  $(32 \cdot 75 \cdot 83) : 4$ ;  
 4)  $(84 \cdot 35 \cdot 18) : 9$ ;    5)  $(42 \cdot 45 \cdot 11) : 7$ ;    6)  $(52 \cdot 25 \cdot 77) : 13$ ;  
 7)  $(94 \cdot 55 \cdot 15) : 11$ ;    8)  $(513 \cdot 14 \cdot 35) : 27$ ;    9)  $(428 \cdot 75) : 25$ ;  
 10)  $(845 \cdot 48) : 16$ ;    11)  $(215 \cdot 360) : 18$ ;    12)  $(552 \cdot 68) : 12$ ;

8. Выполните деление (с помощью калькулятора):

- 1)  $1728 : 48$ ;    2)  $27360 : 48$ ;    3)  $3744 : 48$ ;  
 4)  $4214 : 14$ ;    5)  $8526 : 87$ ;    6)  $77000 : 25$ ;  
 7)  $75075 : 1001$ ;    8)  $142524 : 321$ ;    9)  $177600 : 48$ ;  
 10)  $1964800 : 64$ ;    11)  $7566000 : 78$ ;    12)  $2458763 : 307$ ;  
 13)  $255255 : 119$ ;    14)  $326025 : 117$ ;    15)  $360360 : 91$ ;  
 16)  $450225 : 145$ ;    17)  $801009 : 93$ ;    18)  $692835 : 165$ ;

9. Заполните свободные места:

Делимое	Делитель	Частное	Делимое	Делитель	Частное	Остаток
2701		37	684		29	17
	79	39	1176	31		29
4171		43	1550		41	33
	81	53	2058	47		37
6633	99		3378		47	41

	105	29		73	53	43
5217	111			87	67	59
11639		103		91	79	67
	117	107		97	85	78
22356		108		105	98	63
	97	104		4090	708	999
22356		207		7008	906	1889

**10.** Найти значение выражений:

- 1)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 2)  $15 - 4 \cdot 3 + 20 : 10$ ;
- 3)  $12 \cdot 4 - 18 + 20 : 5 \cdot 3$ ;
- 4)  $42 : 7 + 5 \cdot 4 - 26 : 13 - 13$ ;
- 5)  $7 + [(9 - 3) : 3 + 15] \cdot (5 - 3)$ ;
- 6)  $12 - ([17 - (19 + 12 : 6) : 3] - 8)$ ;
- 7)  $23 - 5 \cdot [28 : (15 - 8)] - 14 : 7$ ;
- 8)  $9 + (48 - [12 - (15 - 13) \cdot 5] \cdot 23)$ ;
- 9)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 10)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 11)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 12)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 13)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 14)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 15)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 16)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 17)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 18)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 19)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;
- 20)  $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$ ;

### **Задачи**

**1.** Используя ровно пять раз цифру 3, знаки арифметических действий и скобки, представьте все числа от 0 до 11.

*Например,*  $(3 - 3) \cdot 333 = 0$ ;  $33 : 3 + 3 - 3 = 11$ .

**2.** Используя ровно пять раз цифру 5, знаки арифметических действий и скобки, представьте все числа от 0 до 10.

**3.** Используя ровно четыре раза цифру 7, знаки арифметических действий и скобки, представьте все числа от 0 до 10.

4. Пять двоек записаны в ряд. Вставляя между некоторыми из них знаки арифметических действий и скобки, можно получать различные числа. Получите таким образом числа: 9, 13, 113.

*Например,  $14 = (2 + 2 + 2) \cdot 2 + 2$ .*

### Сравнение чисел. Делимость

#### Упражнения

1. На сколько одно число больше или меньше, чем другое число?

	Первое число	Второе число	Больше	Меньше
	13	9	на 4	-
	9	25	-	на 16
<b>1</b>	17	5		
<b>2</b>	48	16		
<b>3</b>	75	15		
<b>4</b>	9	36		
<b>5</b>	11	77		
<b>6</b>	17	27		
<b>7</b>	25	45		
<b>8</b>	24	4		
<b>9</b>	30	6		
<b>10</b>	48	32		
<b>11</b>	75	25		
<b>12</b>	14	36		
<b>13</b>	5	15		
<b>14</b>	9	92		
<b>15</b>	11	79		
<b>16</b>	24	81		

2. Во сколько раз одно число больше или меньше, чем другое число?

	Первое число	Второе число	Больше	Меньше
	13	39	-	в 3 раза
	27	9	в 3 раза	-
<b>1</b>	17	51		
<b>2</b>	48	16		
<b>3</b>	75	15		
<b>4</b>	9	36		
<b>5</b>	11	77		
<b>6</b>	19	76		
<b>7</b>	25	75		
<b>8</b>	24	96		
<b>9</b>	30	180		
<b>10</b>	48	144		
<b>11</b>	75	25		
<b>12</b>	18	36		
<b>13</b>	5	15		
<b>14</b>	9	108		
<b>15</b>	11	132		
<b>16</b>	24	120		

3. Запишите делители чисел:

	Число	Делители	
		Чётные	Нечётные
<b>1</b>	24		
<b>2</b>	30		
<b>3</b>	35		
<b>4</b>	42		
<b>5</b>	46		



6	68		
7	72		
8	84		
9	92		
10	96		
11	102		
12	120		
13	135		
14	136		
15	152		
16	168		
17	270		
18	316		

4. Ответьте на вопросы простое или составное число, если составное, то запишите его делители:

- 1) Число 19? 2) Число? 3) Число 48? 4) Число 51? 5) Число 79?  
6) Число 91? 7) Число 187? 8) Число 891?

### *Задачи*

1. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько в доме этажей, квартир на этаже и подъездов, если всего в нем 105 квартир.

2. Придумайте десять любых натуральных чисел, чтобы их сумма и произведение были равны 20.

3. Могут ли два простых числа оказаться идущими подряд? А три?

Издавна математиков интересовали вопросы о количестве и других свойствах простых чисел. Ещё Евклидом было доказано, что простых чисел бесконечно много. Древнегреческому математику Эратостфену был известен удобный способ отыскания простых чисел, который был назван *решетом Эратостфена*.

### *Решето Эратостфена*

Выпишем подряд все натуральные числа от 1 до некоторого числа  $n$ .

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 ( $n = 20$ )

Зачеркнем число 1.

~~1~~, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

Возьмем первое незачеркнутое число, которое больше 1, - это будет число 2. Теперь зачеркнем каждое второе число, начиная отсчет от числа  $2 + 1$ .

~~1~~, ~~2~~, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ~~10~~, 11, ~~12~~, 13, ~~14~~, 15, ~~16~~, 17, ~~18~~, 19, ~~20~~ (зачеркнули числа кратные 2, кроме числа 2)

Возьмем следующее первое незачеркнутое число, которое больше 2, - это будет число 3. Теперь зачеркнем каждое третье число, начиная отсчет от числа  $3 + 1$  (ранее зачеркнутые числа также участвуют в отсчете).

~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ~~10~~, 11, ~~12~~, 13, ~~14~~, ~~15~~, ~~16~~, 17, ~~18~~, 19, ~~20~~ (зачеркнули числа кратные 3, кроме числа 3)

Возьмем следующее первое незачеркнутое число, которое больше 3, - это будет число 5. Теперь зачеркнем каждое пятое число, начиная отсчет от числа  $5 + 1$  (ранее зачеркнутые числа также участвуют в отсчете).

~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20~~ (зачеркнули числа кратные 5, кроме числа 5)

Продолжает действовать таким образом до тех пор пока первое незачеркнутое число не станет больше числа  $\sqrt{n}$ .

~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20~~ (остановимся на числе 5, так как  $5 > \sqrt{20}$ ).

Таким образом, получили такой набор простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17.

4. Используя решето Эратосфена, выпишите все простые числа, которые меньше 100.

*Кросснамбер* – один из видов числовых ребусов.

Кросснамбер – несколько задач с числами, в каждую его клетку вписывается по одной цифре. Сами задания обозначают буквами. Числа, которые надо отгадать, - только целые положительные и их нельзя записывать, начиная с нуля (т.е. 96 нельзя записывать как 096).

5. Кросснамбер

а		
б		в
г		

*По горизонтали:*

- а) четное число, кратное 9, у которого каждая последующая цифра на одно и то же значение больше предыдущей;
- б) первые две цифры этого числа составляют кратное последней цифре;
- в) квадрат наименьшего простого числа;
- г) число, делителем которого является значение (а) по вертикали.

*По вертикали:*

- а) квадрат простого числа, который, будь он на 5 единиц меньше, записывался бы одинаковыми цифрами;
- б) нечетное число, кратное 19, сумма цифр которого равна 11;
- в) кратный пяти квадрат числа, образованного двумя первыми цифрами значения (б) по горизонтали.

### **Признаки делимости. НОК, НОД**

#### ***Упражнения***

1. Закончите определение:

- 1) Если число делится на 2, то ... . 2) Если число делится на 3, то ... . 3) Если число делится на 4, то ... . 4) Если число делится на 5, то ... .

2. Заданы числа: 345; 5395; 59510; 3639; 6390; 594; 495; 5689. Выпишите в таблицу числа, которые делятся на 2, на 3, на 4, на 5.

Числа, которые делятся на 2	Числа, которые делятся на 3	Числа, которые делятся на 4	Числа, которые делятся на 5	Числа, которые делятся на 9

**3.** Запишите словами равенства:

**1)** НОК (1; 2; 15) = 30. **2)** НОД (17; 20; 104) = 1. **3)** НОД (75; 80; 27) = 1. **4)** НОК (80; 16; 20) = 80.

**4.** Найдите НОД и НОК чисел:

**1)** 102 и 30; **2)** 231 и 130; **3)** 720 и 924; **4)** 60 и 240; **5)** 165 и 154;  
**6)** 98 и 100; **7)** 102 и 30; **8)** 60 и 240; **9)** 60 и 40; **10)** 20 и 42;  
**11)** 32 и 25; **12)** 98 и 100; **13)** 25; 18 и 56; **14)** 27, 15, 42;  
**15)** 126; 540 и 630; **16)** 398; 700 и 630.

### ***Задачи***

**1.** Родители Артема – люди очень интересных профессий. Мама – стюардесса, а папа – машинист скорого поезда. Мама бывает дома один раз в четыре дня, а папа – один раз в семь дней. Так получилось, что оба они 1 января 2015 года уходят в рейс. Когда Артем увидит своих родителей дома вместе?

**2.** Два автобуса одновременно отправляются от одной площади по разным маршрутам. У одного рейс туда и обратно длится 48 минут, а у другого 1 час 12 минут. Через сколько времени автобусы снова встретятся на этой площади?

**3.** Теплоход «Цезарь» свой рейс туда и обратно совершает за 8 дней, теплоход «Арабелла» за 12 дней, а теплоход «Олимпия» за 18 дней. Через сколько дней теплоходы снова встретятся в порту, если они ушли в рейс одновременно?

**4.** Заместитель декана по воспитательной работе организует проведение дня здоровья. 424 студента повезут на стадион «Спартак» для проведения эстафет, а 477 человек – в плавательный бассейн с морской водой. Для перевозки нужно заказать автобусы. Перевозчик имеет автобусы с одинаковым

количеством мест, все места должны быть заняты. Сколько автобусов надо заказать и сколько пассажиров будет в каждом автобусе?

5. Продавец цветочного магазина к 8 марта получила с базы 45 тюльпанов, 30 нарциссов и 60 веточек мимозы. Из этих цветов ей надо составить максимально возможное количество одинаковых букетов. Зашедшая к ней в магазин дочка быстро решила эту задачу, сообщив, сколько надо сделать букетов и какое количество каждого вида цветов в них войдет. Как рассуждала дочь Маша?

#### *Алгоритм Евклида*

Разложить число на простые множители иногда бывает довольно трудно. Нахождение наибольшего общего делителя можно осуществить проще с помощью несложной процедуры, которая известна уже более 2 тысяч лет и носит название *алгоритм Евклида*.

Алгоритм Евклида применяется ко многим с виду разнородным объектам, например, нахождение наибольшего общего делителя, разложение дроби в цепную дробь, приближение дроби более простыми, решение уравнений в целых числах.

Для нахождения наибольшего общего делителя пары натуральных чисел  $a_1$  и  $a_2$  ( $a_1 > a_2$ ) необходимо :

1 шаг – делим  $a_1$  на  $a_2$ , получим остаток  $a_3$  ;

2 шаг – делим  $a_2$  на  $a_3$ , получим остаток  $a_4$  ;

3 шаг – делим  $a_3$  на  $a_4$ , получим остаток  $a_5$ , и так далее до тех пор, пока некоторое число  $a_n$  не разделится на  $a_{n+1}$  нацело.

Алгоритм *Евклида* записывается следующим образом:

$$a_1 = q_1 \cdot a_2 + a_3;$$

$$a_2 = q_2 \cdot a_3 + a_4;$$

$$a_3 = q_3 \cdot a_4 + a_5;$$

....

$$a_{n-1} = q_{n-1} \cdot a_n + a_{n+1};$$

$$a_n = q_n \cdot a_{n+1}.$$

Число  $a_{m+1}$  и является наибольшим делителем пары натуральных чисел  $a_1$  и  $a_2$ .

Пример. Найти НОД (3075; 60).

$$3075 = 60 \cdot 51 + 15$$

$$60 = 15 \cdot 4.$$

Следовательно, НОД (3075; 60) = 15.

Другая запись нахождения НОД(3075; 60):

3075	<b>60</b>	60	<b>15</b>
- 300	<b>51</b>	- 60	<b>4</b>
75		0	
- 60			
<b>15</b>			

**6.** Применяя Алгоритм Евклида, найдите наибольший общий делитель следующих пар чисел: 36 и 20; 1365 и 1225; 1189 и 589.

## Степень. Формулы сокращенного умножения

### Упражнения

1. Запишите формулы сокращенного умножения словами:

1)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ;     2)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ;

3)  $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$ ;     4)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ;

5)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ;

6)  $(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ;

7)  $(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ ;

8)  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ ;

2. Выполните действия:

а)  $(c - 3)^2 - 3(c + 3)^2 + 2(c + 4)(c - 4)$ ;

б)  $(a - 1)^2 + (a + 2)^2 + (a - 3)(a + 3)$ ;

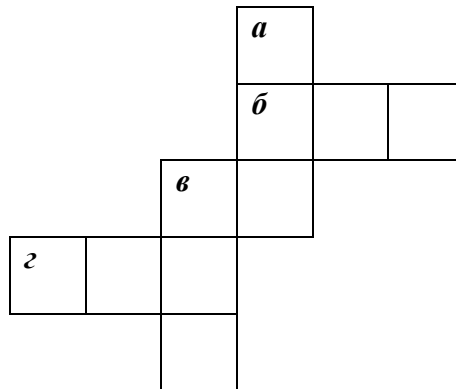
в)  $\left(\frac{2}{3}x^5y^4 + 1\right)^3$ ;     г)  $\left(\frac{1}{x^2} - 0,1y^3\right)^3$ .

### Задачи

1. В тридевятом царстве живет дракон, который увеличивает свой вес за день в 4 раза, если поймает и съест добра молодца, вдвое, если – красну девицу, и худеет на половину своего веса, если останется без добычи. За год он съел 15 девиц и 112 молодцев. Как изменился вес дракона за это время?



## 2. Кросснамбер



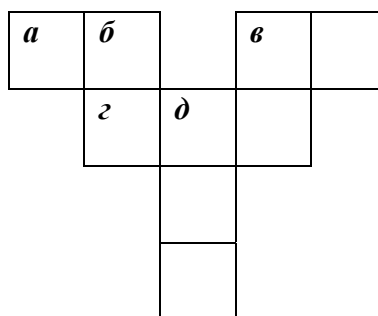
*По горизонтали:*

- б)** квадрат суммы двух последовательных натуральных чисел;  
**в)** удвоенная сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел; **г)** наименьшее трехзначное число, составленное из разных цифр и записанное от конца к началу.

*По вертикали:*

- а)** сумма кубов двух различных простых однозначных чисел, кратна 5; **в)** утроенные 10% числа (а) по вертикали.

## 3. Кросснамбер



***По горизонтали:***

**а)** значение выражения  $\frac{(12)^9 \cdot 8^5}{(72)^4 \cdot 4^8}$ ; **в)** площадь квадрата, периметр которого равен 28 см; **г)** трехзначное число, две последние цифры которого одинаковы.

***По вертикали:***

**б)** утроенные 20% числа (д) по вертикали, уменьшенные на сумму цифр получившегося числа; **в)** сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел; **д)** куб суммы двух последовательных натуральных чисел.

## **Дроби**

### ***Упражнения***

**1. Запишите дроби цифрами:** одна вторая, одна третья, одна пятая, одна седьмая, одна двадцать вторая, одна тридцать седьмая, три пятых, семь девярых, пять седьмых, семь восьмых, семь тридцать вторых, семь тринадцатых, девять сорок вторых, девять семнадцатых, двенадцать пятнадцатых, двенадцать девятнадцатых, девятнадцать двадцатых, сорок двадцать первых, сорок пять двадцатых, шестьдесят двадцать первых, шестьдесят пять двадцатых.

**2. Запишите смешанные дроби цифрами:** одна целая одна третья; одна целая одна четвертая; две целых одна двадцать пятая; три целых пять седьмых; пять целых две третьих; пять целых одна двадцать девятая; десять целых шесть одиннадцатых; одиннадцать целых шесть тринадцатых; тридцать одна целая одна вторая; пятьдесят одна целая одна вторая.

2ab Запишите дроби словами:

$\frac{3}{5}; \frac{1}{7}; \frac{5}{7}; \frac{1}{9}; \frac{11}{2}; \frac{12}{3}; \frac{41}{3}; \frac{51}{2}; \frac{7}{16}; \frac{8}{17}; \frac{19}{107}; \frac{17}{203}; 1\frac{3}{8}; 2\frac{4}{9}; 5\frac{6}{13}; 7\frac{8}{15}; 25\frac{1}{3}; 27\frac{1}{2}$ .

4. Ответьте на вопросы:

№ п/п	Дробь	Вопрос	
1.	$\frac{2}{3}$	1)	Число 2 – это числитель или знаменатель дроби?
		2)	Число 3 – это числитель или знаменатель дроби?
2.	$\frac{3}{4}$	1)	Число 3 – это числитель или знаменатель дроби?
		2)	Число 4 – это числитель или знаменатель дроби?
		3)	это правильная или неправильная дробь?
3.	$\frac{4}{3}$	это правильная или неправильная дробь?	
4.	$\frac{3}{51}$	Можно сократить эту дробь?	
5.	$\frac{3}{57}$	Можно сократить эту дробь?	
6.	$\frac{4}{76}$	На сколько можно сократить эту дробь?	
7.	$\frac{4}{68}$	На сколько можно сократить эту дробь?	
8.	$\frac{3}{5}$	какая это дробь?	

9.	$\frac{5}{7}$	какая это дробь?
10.	$\frac{9}{4}$	какая это дробь?
11.	$\frac{11}{5}$	какая это дробь?

5. Сократите дроби:

$$\frac{18}{81}; \frac{48}{104}; \frac{49}{350}; \frac{125}{350}; \frac{226}{134}; \frac{420}{630}; \frac{123}{12345}.$$

6. Запишите неправильные дроби в виде смешанных чисел, а смешанные числа в виде неправильных дробей:

$$\frac{15}{8}; \frac{18}{7}; \frac{23}{5}; \frac{38}{9}; 9\frac{3}{7}; 10\frac{2}{5}; 16\frac{4}{5}; 17\frac{3}{4}.$$

7. Приведите дроби к общему знаменателю:

$$1) \frac{2}{315} \text{ и } -\frac{13}{245}; \quad 2) \frac{2}{105} \text{ и } -\frac{32}{215}; \quad 3) \frac{3}{215} \text{ и } -\frac{23}{45};$$

$$4) \frac{3}{425} \text{ и } -\frac{21}{115}.$$

8. Вычислите:

$$1) 3\frac{4}{5} + 2\frac{2}{3}; \quad 2) 3\frac{1}{2} - 5\frac{1}{6}; \quad 3) 3\frac{1}{5} \cdot 6\frac{1}{4}; \quad 4) 5\frac{1}{2} \div 3\frac{2}{3};$$

$$5) \left(24\frac{19}{26} + 15\frac{9}{10}\right) - 4\frac{7}{10}; \quad 6) \left(15\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}\right) - 6\frac{1}{4};$$

$$7) 2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}; \quad 8) \left(1\frac{11}{24} + 1\frac{13}{36}\right) \cdot 9;$$

$$9) \left(5\frac{7}{10} - 3\frac{3}{4}\right) \cdot 10; \quad 10) \left(3\frac{4}{15} + 4\frac{5}{6}\right) \cdot \left(3\frac{17}{16} - 2\frac{5}{9}\right);$$

$$11) \left(5 + 2\frac{3}{8}\right) \cdot \left(4\frac{1}{6} + 10\right); \quad 12) \left(\frac{1}{4} - \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{9}}\right) \div \left(\frac{2}{3} + \frac{\frac{7}{15}}{\frac{2}{5} - \frac{1}{6}}\right);$$

$$13) \left[\left(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 1\frac{2}{3} - 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{26}\right] \cdot \left(1 - \frac{9}{13}\right);$$

$$14) \left[\left(3\frac{2}{5} + 1\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{3}{17} - \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46}\right) \cdot \frac{69}{80}\right] \cdot \frac{4}{9}$$

### **Задачи**

**1.** Турист прошел за первый день 18 км, что составляет 65 пути, который он должен пройти во второй день. Сколько километров должен пройти турист за оба дня?

**2.** Когда пассажир проехал половину пути, он стал смотреть в окно и смотрел до тех пор, пока не осталось проехать половину того пути, что он проехал, смотря в окно. Какую часть всего пути пассажир смотрел в окно?

**3.** Сначала отпили  $\frac{1}{6}$  чашки черного кофе и долили ее молоком. Потом выпили  $\frac{1}{3}$  чашки и снова долили ее молоком.

Потом выпили ещё полчашки и опять долили ее молоком. Наконец, выпили полную чашку. Чего выпили больше: кофе или молока?

**4.** После семи часов стирки длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося мыла?

**5.** Папа пришел в магазин, купил игрушек для малых ребят: за первую игрушку заплатил  $\frac{1}{5}$  часть всех своих денег,

за другую  $\frac{3}{7}$  остатка от первой покупки, за третью игрушку заплатил  $\frac{3}{5}$  остатка от второй покупки. По приезду домой обнаружил, что в кошельке осталось 192 рубля. Спрашивается, сколько денег в кошельке было и сколько за вторую игрушку денег заплачено?

## Десятичные дроби

### Упражнения

#### 1. Напишите десятичные дроби цифрами:

Одна целая девять сотых; ноль целых пять десятых; ноль целых семь десятых; ноль целых двенадцать сотых; ноль целых тринадцать сотых; ноль целых сто пятьдесят четыре тысячных; ноль целых сто семьдесят четыре тысячных; три целых сорок семь тысячных; семь целых сорок три тысячных; одна целая сто девяносто одна сто тысячная; одна целая сто девяносто одна миллионная.

#### 2. Ответьте на вопросы:

<i>№ n/n</i>	<i>Дробь</i>	<i>Вопрос</i>
1.	0,12	Сколько знаков после запятой имеет эта дробь?
2.	0,035	Сколько знаков после запятой имеет эта дробь?
3.	0,0(13)	какая это дробь?
4.	0,3271...	какая это дробь?

6. Выполните действия:

$$1) \left( 5,05 : \frac{1}{40} - 2,8 \cdot \frac{5}{6} \right) \cdot 3 + 16 \cdot 0,1875;$$

$$2) \left( 9 \frac{3}{20} - 1,24 \right) : 2 \frac{1}{3} + \left( \frac{3}{4} + 2 \frac{5}{8} \right) : 0,625.$$

### Задачи

1. Найдите неизвестное число, для которого верно равенство  $0,1 + 0,01 + x + 0,001 = 1$ .

2. В 1 л морской воды содержится в среднем 0,00001 мг золота. Сколько золота содержится в 1 км<sup>3</sup> морской воды?

3. В двух корзинах 18,6 кг яблок. В первой корзине на 2,4 кг меньше, чем во второй. Сколько килограммов яблок было в каждой корзине?

4. Собственная скорость лодки равна 3,65 км/ч. Найдите скорость лодки против течения, если скорость течения реки равна 0,8 км/ч.

5. Скорость катера против течения равна 36,75 км/ч. Найдите скорость лодки по течению, если скорость течения реки равна 5,6 км/ч.

6. В первый день бригада собрала 4,5 тонн картофеля, во второй день на 0,8 тонн меньше, а в третий день на 2,25 тонн больше, чем во второй. Сколько тонн картофеля собрала бригада за три дня?

7. Решите примеры и расшифруйте пословицу:

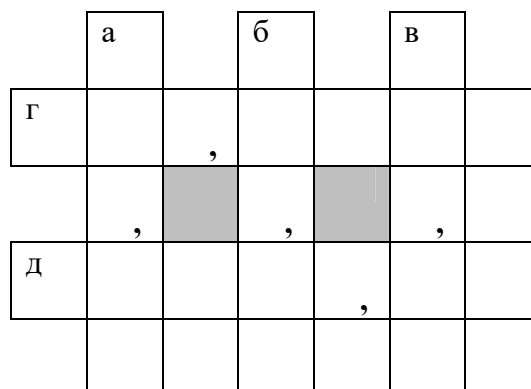
$0,7 + 0,5$	$3,9 + 5,4$	$7,6 - 0,8$	$10,3 - 1,9$
$0,4 - 0,28$	$5,68 + 0,12$	$15 - 7,2$	$4,3 + 3,83$

$168,25 - 32 - 7,819$	$234 + 52,03 - 26,9$
$74,5 - 3,54 + 842,01$	$12,76 + 0,6 + 8,914$
$4,518 + (62 - 37,5) + 0,82$	$(46,3 - 2,59) - (6,75 + 0,005)$
$53,102 - (16,9 - 0,07) + 13,728$	$251,9 - (78,018 + 3,8) - 2,01$

при значениях

8,4 пригодится	128,431 чем	5,8 боги	29,838 небось
6,8 всегда	22,274 да	9,3 учиться	259,13 на
50 дело	36,955 лучше	0,12 не	8,13 обжигают
7,8 горшки	912,97 авось	168,072 брось	1,2 грамоте

### 8. Числовой кроссворд





**По горизонтали:**

г)  $107,3 \cdot 2,088$ ; д)  $5,094 \cdot 9070$ .

**По вертикали:**

а)  $6,08 \cdot 70,5$ ; б)  $0,2457 \cdot 3700$ ; в)  $108000 \cdot 0,00857$ .

## **Числовые множества. Числовая прямая**

### **Мощность множества**

Число элементов в конечном множестве  $A$  называют также его мощностью и обозначают  $|A|$ . Следующие формулы позволяют найти мощность (число элементов) объединения нескольких множеств, если известны мощности (число элементов) каждого из них, а также мощности (число элементов) всех пересечений:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|;$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

### **Упражнения**

1. Для каждой двух из следующих множеств указать, является ли одно из них подмножеством другого:

$\{1\}$ ;  $\{1, 2\}$ ;  $\{1, 2, 3\}$ ;  $\{\{1\}, 2, 3\}$ ;  $\{\{1, 2\}, 3\}$ ;  $\{3, 2, 1\}$ ;  $\{\{2, 1\}\}$ .

2. Запишите символами:

- 1) 8 - положительное число; 2) 5 - натуральное число; 3) 0 - целое число; 4) 7 - рациональное число; 5) (-2) - отрицательное число; 6) (-9) - действительное число; 7) (-3) - целое число; 8)  $\frac{3}{7}$  - нецелое число; 9) 4,2 - рациональное число; 10) 8 - действительное число; 11)  $\pi$  - иррациональное число;

12) 0 – ненатуральное число; 13) 14 – натуральное число;  
14) 7 – целое число; 15)  $\frac{5}{9}$  – нецелое число; 16) 5,71 – рациональное число; 17) 80 – действительное число; 18)  $\sqrt{2}$  – иррациональное число.

3. Дайте определение:

1)  $N$  – это ...; 2)  $Z$  – это ...; 3)  $R$  – это ...; 4)  $Q$  – это ....

4. Вставьте пропущенные слова и символы:

1) Рациональное \_\_\_\_\_ – дробь вида \_\_\_\_\_, где  $m \in Z$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . 2) Рациональное число – конечная или бесконечная \_\_\_\_\_ дробь.

3) Множество \_\_\_\_\_ чисел состоит из множества \_\_\_\_\_ чисел и множества \_\_\_\_\_ чисел. 4) Числовой прямой называется прямая, у которой есть: – а) точка (начало) \_\_\_\_\_; б) единичный \_\_\_\_\_;

в) выбрано \_\_\_\_\_ на прямой. 4) Каждому числу \_\_\_\_\_ только одна \_\_\_\_\_ на числовой прямой.

**5. Изобразите на числовой прямой числа**

0; 1; 2; 3; 5; 10; –1; –2; –3; –5; –10; 0,8;  $1\frac{1}{2}$ ; 2,75;  $-\frac{1}{3}$ ; –1,4; –2,6.

### **Задачи**

1. Старейший математик среди шахматистов и старейший шахматист среди математиков – это один или тот же человек или (возможно) разные?

2. Лучший математик среди шахматистов и лучший шахматист среди математиков – это один или тот же человек или (возможно) разные?

3. Каждый десятый математик – шахматист, а каждый шестой шахматист – математик. Кого больше – математиков или шахматистов – и во сколько раз?

4. Двум студентам Марии и Роберту исполнилось по 20 лет. Они договорились праздновать юбилей вместе. Каждый из них должен был пригласить 8 гостей, но Вадима и Алену позвали на праздник и тот, и другой. Сколько всего гостей пришли в кафе?

5. Сколько детей в семье, если 7 из них любят капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и горох, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, а 1 любит и капусту, и горох, и морковь?

6. Студенты нескольких групп в количестве 28 человек в октябре поехали на экскурсию в музей-усадьбу «Коломенское». Для пикника они запаслись едой: 14 ребят взяли бутерброды с колбасой, 10 – бутерброды с ветчиной, 12 – бутерброды с сыром, 6 – бутерброды с колбасой и с сыром, 5 – бутерброды с колбасой и с ветчиной, 7 – бутерброды с сыром и ветчиной. 4 – бутерброды трех видов. Остальные взяли пирожки. Сколько ребят взяли в дорогу пирожки?

7. Из 38 студентов: 22 посещают спортивную секцию, 17 человек занимаются в музыкальном кружке, 9 студентов не посещают ни секцию, ни кружок. Сколько студентов посещают и секцию, и кружок?

8. На покупку учебника, тетради, ручки и карандаша студент потратил 700 руб. Известно, что тетрадь и карандаш стоят одинаково, учебник – на 490 руб. дороже каждого из них, а учебник и ручка вместе стоят 620 руб. Сколько стоит каждый товар?

**9.** Три друга – Иван, Дмитрий и Степан – преподают различные предметы (химию, биологию, физику) в школах Москвы, Новосибирска и Владивостока. Известно, что: 1) Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Новосибирске; 2) Москвич преподает не физику; 3) Тот, кто работает в Новосибирске, преподает химию; 4) Дмитрий преподает не биологию. Какой предмет и в каком городе преподает каждый из друзей?

**10.** В олимпиаде по математике для абитуриентов приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек. По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека. Сколько учащихся решили все задачи? Сколько учащихся решили только две задачи? Сколько учащихся решили только одну задачу?

**11.** Первую или вторую контрольные работы по математике успешно написали 33 студента, первую или третью – 31 студент, вторую или третью – 32 студента. Не менее двух контрольных работ выполнили 20 студентов. Сколько студентов успешно решили только одну контрольную работу?

**12.** В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников. Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?

## Числовые промежутки. Модуль

### Упражнения

1. Дано:  $A = [-3; 4]$ ;  $B = [-2; +\infty)$ ;  $C = (-\infty; 3]$ . Найдите: а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cup B$ ; в)  $A \cup (B \cap C)$ ; г)  $(A \cup B) \cap C$ ; д)  $A \cap (B \cup C)$ ; е)  $(A \cap B) \cup C$ ; ж)  $(A \cup B) \cap (B \cup C)$ ; з)  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ ; и)  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ ; к)  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

2. Решите уравнения:

- 1)  $|x - 2| = 5$ ; 2)  $|x - 3| = 2$ ; 3)  $|3 - x| = 7$ ; 4)  $|2x - 5| = 39$ ;  
5)  $|84 - 5x| = 64$ ; 6)  $|28x - 37| = 93$ .

3. Изобразите на числовой прямой множество точек  $x$ , для которых выполняются условия:

- 1)  $|x| < 1$ ; 2)  $|x| \leq 1$ ; 3)  $|x| > 1$ .

4. Укажите целые числа, принадлежащие промежутку:

- 1)  $|x| \leq 3$ ; 2)  $|x - 2| < 1$ ; 3)  $|4 - 3x| < 5$ ; 4)  $|5x + 4| < 14$ ; 5)  $|3x| \leq \frac{4}{3}$ .

### Задачи

1. Какие из следующих высказываний верные, а какие неверные?

- а) деление  $m$  на  $n$  без остатка возможно, если число  $m$  кратно числу  $n$ ,  $n \neq 0$ ; б) число  $x = 6$  удовлетворяет неравенствам  $x < 8$ ,  $x > 5,7$ ; в) все простые числа нечетные; г) для того, чтобы число делилось без остатка на 2, необходимо, чтобы оно заканчивалось нулем; д) сумма двух нечетных чисел есть нечетное число; е) для того, чтобы  $b^5 = b^4$ , необходимо, чтобы  $b = 0$ ; ж) квадрат любого четного числа делится без остатка на 4;

з) всякое натуральное число, большее, чем 1, делится без остатка хотя бы на одно простое число; и) если  $|m| = |n|$ , то  $m = n$ ; к) если  $m = n$ , то  $|m| = |n|$ ; л) если  $m \cdot n > 0$ , то  $m > 0, n > 0$ .

2. Попробуем доказать, что  $3 = 4$ . Рассмотрим очевидное равенство  $\left(3 - \frac{7}{2}\right)^2 = \left(4 - \frac{7}{2}\right)^2$ . Извлекая квадратный корень из каждой части равенства, получим  $3 - \frac{7}{2} = 4 - \frac{7}{2}$ ;  $3 = 4$ .

Где ошибка?

3. Попробуем доказать, что  $3 = 7$ . Из чисел 7 и 3 вычтем по 5. Получим  $-2 = 2$ . Возведем эти числа в квадрат. Тогда  $4 = 4$ . Значит, должны быть равны и исходные числа:  $3 = 7$ . Где ошибка?

## Отношения. Пропорции. Проценты

### Упражнения

1. Найдите часть от числа:

1) 21 от 105; 2) 17 от 119; 3)  $\frac{5}{7}$  от 14; 4)  $\frac{15}{8}$  от 144; 5)  $\frac{3}{11}$  от 60,5; 6) 0,45 от 100; 7) 0,58 от 0,85; 8) 0,85 от 0,58; 9) разность чисел  $\frac{1}{3}$  и 0,25 от их суммы; 10) разность чисел  $\frac{1}{5}$  и  $\frac{1}{7}$  от их суммы.

2. Найдите число по его части, если:

1)  $\frac{1}{3}$  от  $\frac{1}{3}$  этого числа равна  $\frac{1}{3}$ ; 2)  $\frac{1}{4}$  от  $\frac{1}{4}$  этого числа равна  $\frac{1}{4}$ ; 3) 60 % его равны 120; 4) 11 % его составляют 4,4.

3. Найдите  $p$  процентов от числа:

1) 7,5 % от числа 210; 2) 16 % от числа 370; 3)  $1\frac{1}{6}$  % от числа 1866; 4)  $3\frac{5}{7}$  % от числа 9191.

4. Найти  $x$  из пропорции:

1)  $1\frac{1}{5} : 0,04 = 3,7 : x$ ; 2)  $6,5 : 3\frac{1}{4} = x : 2\frac{1}{3}$ .

### *Задачи*

1. Добавленное время к футбольному матчу составило  $\frac{1}{18}$  от основного времени. Сколько времени длился матч? Основное время матча длится 90 минут.

2. Эндрю делал домашнее задание 1,5 часа. Математику он делал 0,4 всего времени. Русский язык он делал  $\frac{4}{9}$  всего времени. По истории и физике он делал домашние задания в оставшееся время. Сколько времени на них потратил Эндрю?

3. В магазине за три дня продали 620 кг яблок. В первый день продали  $\frac{2}{5}$  всех яблок. Во второй день 0,75 остатка. Остальные яблоки продали в третий день. Сколько кг яблок продали в третий день?

4. При строительстве объекта 20 бульдозеров могут расчистить площадку за 52,5 минут. За сколько времени расчистят площадку 5 бульдозеров?

5. За год строительная фирма построила 0,96 от всего заказа. Какую часть заказа фирма сделала за 8 месяцев? За 14 месяцев?

6. Мороженое «пломбир» содержит 16% сахара, что составляет 40 г. Сколько весит мороженое?

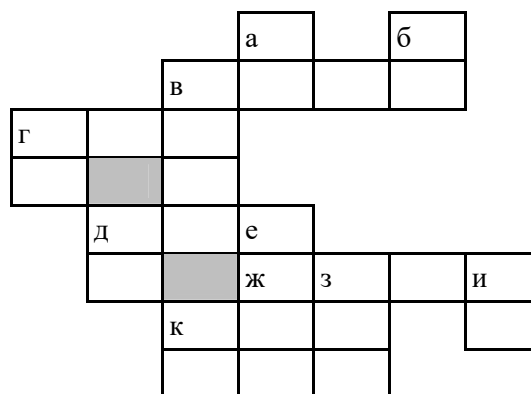
7. Банк дает 6,75% годовых. Через год вкладчик забрал всю сумму – 117000 рублей. Сколько денег положил вкладчик год назад?

8. 18%-й раствор соли наполовину разбавили водой. Какова концентрация полученного раствора?

9. Свежие грибы содержат 90% влаги, а сушеные – 10% влаги. Сколько сушеных грибов получится из 10 кг свежих?

10. Книжный магазин продал 70 экземпляров 1-го тома книги и 60 экземпляров 2-го тома книги. Общая стоимость книг составляла 23000 руб. В действительности за все эти книги уплатили 19100 руб., так как была произведена скидка: на 1-й том 15%, а на 2-й том – 20%. Найдите первоначальную стоимость 2-го тома.

#### 11. Кросснамбер





**По горизонтали:**

а) значение, являющееся произведением НОД и НОК чисел 45 и 27; г) расстояние на местности, выраженное в километрах, если расстояние на карте, сделанное в масштабе 1 : 2 500 000, равно 18 см; д) наименьшее простое трехзначное число; ж) значение выражения:  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ ; к) корень уравнения:

$$\frac{5}{26} \left( x - 15 \frac{3}{5} \right) = 21 + \frac{2}{13} x.$$

**По вертикали:**

а) значение выражения:  $-(0,2)^4 \cdot (-2) \cdot 10^4$ ; б) число, кратное 9; в) наименьшее четырехкратное число; г) число, кратное 11; д) число второго десятка, имеющее четыре простых делителя; е) наименьший общий знаменатель дробей:  $\frac{7}{11}$  и  $\frac{5}{12}$ ; з) число кратное пяти, которое, будь оно на 10 больше, записывалось бы одинаковыми цифрами; и) наименьшее общее кратное чисел 21 и 12; к) неизвестный член пропорции:  $3\frac{1}{3} : x = \frac{3}{8} : 6\frac{3}{4}$ .

**Арифметический квадратный корень.  
Арифметический корень степени  $n$**

**Упражнения**

1. Упростите или выполните действия:

1)  $\sqrt{63} - 3\sqrt{1,75} - 0,5\sqrt{343} + \sqrt{112}$  ;

2)  $\sqrt{0,75} - \sqrt{108} - \frac{1}{32}\sqrt{192} + \sqrt{147}$  ;

$$3) \sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt{12,5} + \sqrt{4\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{0,3} + \sqrt{1\frac{2}{3}} : \sqrt{\frac{2}{15}};$$

$$4) \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{7\frac{1}{2}} : \sqrt{0,9} - \sqrt{2\frac{1}{4}} + 22 \cdot \sqrt{\frac{1}{1,21}}.$$

2. Упростите выражение и освободите дробь от иррациональности в знаменателе:

$$1) \frac{\sqrt{40} - \sqrt{24}}{\sqrt{12} - \sqrt{20}}; \quad 2) \frac{\sqrt{11} + \sqrt{19}}{\sqrt{22} + \sqrt{38}}; \quad 3) \frac{\sqrt{47} - \sqrt{94}}{\sqrt{188} - \sqrt{376}};$$

$$4) \frac{x^2 - 16}{\sqrt{4 - x}}; \quad 5) \frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}}; \quad 6) \frac{3x + 6}{\sqrt{x + 2}};$$

$$7) \frac{x - \sqrt{xy}}{y - \sqrt{xy}}; \quad 8) \frac{x - y}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}; \quad 9) \frac{x^3 y^3}{x^2 y \sqrt{y} + y^2 x \sqrt{x}};$$

$$10) \frac{6x}{\sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}}; \quad 11) \frac{6x}{\sqrt{2x-5} - \sqrt{3-2x}}.$$

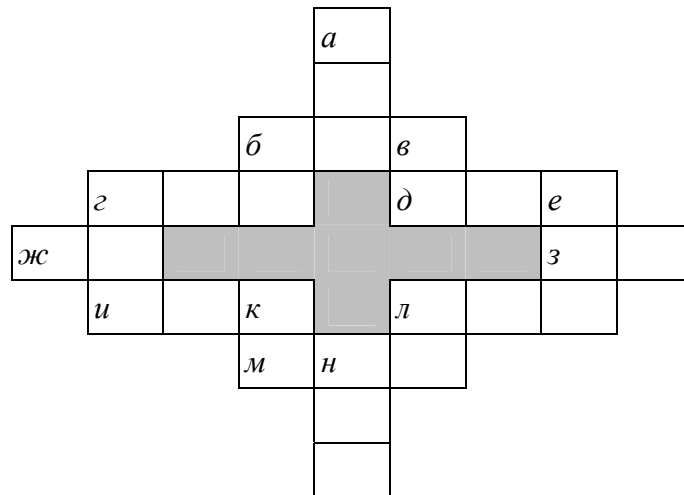
### Задачи

1. Найдите число, которое, будучи умножено на 3, а затем разделено на 5, увеличено на 6, после чего из него извлечен корень квадратный, отнята единица и результат возведен в квадрат, дает 4.

2. Назовите число, которое, умноженное на три, сложенное с  $\frac{3}{4}$  произведения, разделенное на 7, уменьшенное на  $\frac{1}{3}$  частного, уменьшенного на само себя, уменьшенное на 54,

после извлечения квадратного корня, прибавления 8 и деления на 10 будет равняться 2.

### 3. Кросснамбер



#### По горизонтали:

**б)** значение выражения:  $(5\sqrt{13^2 - 12^2})^2$ ; **г)** квадрат двузначного числа; **д)** значение выражения:  $\sqrt{49 \cdot 10^4} + (\sqrt{6} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5})$ ; **ж)** значение выражения:  $\sqrt{10^4} \cdot (\sqrt{0,04} + \sqrt{0,0064})$ ; **з)** значение выражения:  $(3\sqrt{5})^2$ ; **и)** значение выражения:  $(\sqrt{(-11)^2})^2$ ; **л)** число, все цифры которого одинаковы; **м)** квадрат целого числа.

#### По вертикали:

**а)** значение выражения:  $(2\sqrt{15} - \sqrt{42})^2 + 12\sqrt{70}$ ; **б)** значение выражения:  $\sqrt{0,2 \cdot 10^3 \cdot 18}$ ; **в)** составное число, каждая цифра

которого – простое число; г) число, первая цифра которого является корнем из числа, представленного двумя последующими цифрами исходного числа; е) дюжина в квадрате;

к) значение выражения:  $2\sqrt{1\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{3^3}$ ; л) квадрат простого числа; н) число  $8,3 \cdot 10^2$  записанное в виде десятичной дроби.

## Прямоугольная система координат. Разложение квадратного трехчлена на множители

### Упражнения

#### Рисунки по координатам

По заданным координатам точек необходимо построить на координатной плоскости изображение. При этом построенные точки, как правило, последовательно надо соединить плавной линией. Для выполнения таких заданий необходимо иметь бумагу в клеточку. За единичный отрезок принимается длина одной клеточки.

#### 1. Построить фигуру по заданным точкам:

1) «Елочка» – (0; 5), (-2;3), (-1;3), (-3; 1), (-2; 1), (-4; -1), (-3; -1), (-5; -3), (-4; -3), (-6; -5), (-1; -5), (-1; -7), (1; -7), (1; -5), (6; -5), (4; -3), (5; -3), (3; -1), (4; -1), (2; 1), (3; 1), (1; 3), (2; 3), (0; 5);

2) «Черешня» – (-7,5; -5), (-10; -4), (-11; -2), (-10; 1), (-8,5; 1,5), (-7; 1), (-6; 0,5), (-2; 3), (3; 6), (0; 6), (-5; 7), (-10; 10), (-7; 11), (-2; 12), (0; 12), (3; 11), (5; 9), (8; 7), (9; 6,5), (11; 7), (11; 6), (8; 6), (6; 4), (4; 0), (4; -6), (5; -5,5), (7; -6), (7,5; -8), (7; -10), (4; -11), (1; -10), (0; -8), (1; -6), (2; -5,5), (3,5; -6), (3,5; 0), (4; 2), (5; 4), (7; 6), (6; 6), (4; 4), (0; 0), (-2,5; -4), (-1; -4,5), (-0,5; -6), (-1; -8), (-2; -9), (-4; -9,5), (-6; -9), (-8; -6), (-7; -4), (-5; -3), (-3; -4), (-2; -2), (0; 1), (5; 6), (4; 6), (2; 5), (-1; 3), (-4; 1), (-5,5; 0), (-5; 0), (-4; -1), (-4; -2), (-4,5; -3).

3) «Утка» – (2; 7), (4; 6,5), (5; 7), (5,5; 7,5), (5,5; 7), (5; 6,5), (4; 6), (3; 6), (2; 6), (1; 5), (1; 3), (2; 1), (2; -1), (1,5; -2), (-1; -3,5), (-1; -5), (1; -4,5), (0,5; -5), (1; -5,5), (2; -6), (1; -6), (0,5; -6,5), (1; -7), (-2; -6), (-2,5; -5,5), (-2; -5), (-2; -4), (-5; -5), (-5; -6), (-3; -5,5), (-3,5; -6), (-3; -6,5), (-2; -7), (-3; -7), (-3,5; -7,5), (-3; -8), (-6; -7), (-6,5; -6,5), (-6; -6), (-6; -5), (-10; -4), (-12; -2), (-14; 0), (-15; 2), (-9; 1), (-4; 2), (-2; 3), (-1; 4), (-1; 5), (-2; 6), (-3; 7), (-3; 8), (-2,5; 9), (-1; 10), (0; 10), (1; 10), (1,5; 9), (2; 8), (3; 7,5), (5,5; 7,5). Глаз: (1; 8).

4) «Петух» – (1; 5), (1,5; 4), (2; 4,5), (2,5; 4), (3; 4,5), (3,5; 4), (3,5; 4,5), (5; 4), (4; 5), (3,5; 6), (4; 5,5), (4,5; 5,5), (4,5; 6,5), (3,5; 7), (4; 7,5), (4,5; 7,5), (4; 8), (3,5; 8), (3,5; 8,5); (3; 8,5), (3; 9); (2,5; 9,5), (2,5; 9), (2; 9,5), (1,5; 9), (1; 9,5), (1; 9), (0,5; 9,5), (0; 9), (0,5; 8), (1,5; 7,5), (0,5; 6), (0; 4), (1; 5), (1; 3), (0; 2), (0,5; 2), (-1; 0), (-1; 4), (-2; 6), (-4; 7), (-7; 6), (-8,5; 3), (-8; 0), (-7; -4), (-7; -1), (-6; -3,5), (-6; -1), (-5; -3), (-5; -1), (-4; -2,5), (-4; -1), (-3; -2), (-2; -4), (-0,5; -5), (-1; -6), (0; -5,5), (0; -6), (-1; -7), (3; -7), (3; -6,5), (1; -6), (0,5; -4,5), (1; -4), (2,5; -3), (3; -2), (5; 0), (5; 2), (3,5; 4,5). Глаз: (3; 7,5).

2. Сократите дробь:

$$1) \frac{3x^2 + 7x + 2}{x^2 - 4}; \quad 2) \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2}; \quad 3) \frac{x^2 - 16}{2x^2 - 7x - 4};$$

$$4) \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3}; \quad 5) \frac{a^6 - 1}{a^4 - 2a^2 + 1}; \quad 6) \frac{a^2 + 2a + 1}{a^4 - 1}.$$

3. Упростите выражение и найдите его значение при заданном  $x$ :

$$1) \sqrt{x^2 - 14x + 49} + \sqrt{x^2 + 14x + 49}, \quad x = 0,2017;$$

$$2) \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 8x + 16}, \quad x = 0,2017.$$

**Уравнения и неравенства квадратные,  
дробно рациональные**

**Упражнения**

1. Решите уравнения:

- 1)  $3x - x^2 = 0$ ;    2)  $3x^2 - 16 = 0$ ;    3)  $x^2 + 49 = 0$ ;  
4)  $x^2 + 6x = 0$ ;    5)  $3x^2 + 12 = 0$ ;    6)  $2x^2 - 25 = 0$ ;  
7)  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ;    8)  $x^3 + 2x^2 + x = 0$ ;  
9)  $\frac{3x-2}{2x+3} + \frac{2x+3}{3x-2} = 2\frac{1}{2}$ ;    10)  $\frac{x}{3x+1} = \frac{8x-1}{3x-1} + \frac{21x^2+2}{1-9x^2}$ ;  
11)  $\frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} + \frac{1+3x}{3x-1}$ ;    12)  $\frac{x}{x^2-25} - \frac{5}{2x^2-10x} = \frac{1}{x^2+5x}$ .

2. Решите неравенства:

- 1)  $1 + 1,5x \leq 2x - 1$ ;    2)  $3 - \frac{5}{2}x \geq x + 3,5$ ;  
3)  $(3+x) \cdot (x-8) \leq 0$ ;    4)  $(5-x) \cdot (x+7) \geq 0$ ;  
5)  $x^2 - x \leq 0$ ;    6)  $-9x \geq 3x^2$ ;  
7)  $-x^2 - 18x - 80 \geq 0$ ;    8)  $2\frac{1}{3}x - 2 - \frac{1}{3}x^2 \geq 0$ ;  
9)  $\frac{(2x-3)(x+2)}{x-6} \leq 0$ ;    10)  $\frac{(2x+3)(x+2)}{x-6} \geq 0$

3. Решите системы неравенств:

- 1)  $\begin{cases} 80 - 3x \leq 113 \\ 2x + 17 \leq -3 \end{cases}$ ;    2)  $\begin{cases} 2x - 5 \geq 7 \\ 3 - x \geq -6 \end{cases}$ .

## Задачи

1. Участники заседания обменялись рукопожатиями, и кто-то подсчитал, что всех рукопожатий было 66. Сколько человек явилось на заседание?

2. Задачи Бхаскары:

1) На две партии разбившись,  
Забавлялись обезьяны.  
Часть восьмая их в квадрате  
В роще весело резвилась.  
Криком радостным двенадцать  
Воздух свежий оглашали.  
Вместе сколько, ты скажешь,  
Обезьян там было в роще?

2) Сколько обезьян в стае, если квадрат пятой части, уменьшенной тремя, спрятался в пещере, и только одна осталась на виду, взобравшись на дерево?

3. Задача Магавиры:

Найти число павлинов в стае,  $\frac{1}{16}$  которой, умноженная на себя, сидит на мандариновом дереве, а квадрат  $\frac{1}{9}$  остатка вместе с 14 другими павлинами – на дереве тамала.

4. Найдите три последовательных числа, отличающихся тем свойством, что квадрат среднего на 1 больше произведения двух остальных.

*Чайнворд* – это цепочка, которая разгадывается по принципу «лабиринта». В одну клетку чайнворда вписывается начало, во вторую – конец числового промежутка (являющегося решением каждого из неравенств), т.е. конец первого числового промежутка является началом второго.

### 5. Чайнворд

	1	2	3	
			4	
	7	6	5	

### Функция. Свойства функции

#### Упражнения

1. Постройте графики функций:

1)  $y = 3x - 6$ ;      2)  $2y + 3x = 6$ ;      3)  $3x + 2y = 6$ ;

4)  $y = \frac{1}{2}x - 3$ ;      5)  $5x - 10 = 0$ ;      6)  $8 - 3y = 0$ .

2. Решите графически системы уравнений:

1)  $\begin{cases} 6x + y = 6 \\ 4x + 3y = 11 \end{cases}$ ;      2)  $\begin{cases} x - 12y = 3 \\ x + 4y = 19 \end{cases}$ ;      3)  $\begin{cases} 7x + 4y = 78 \\ 5x + 7y = 64 \end{cases}$ ;

4)  $\begin{cases} 7x = 5y \\ 15y = 28x - 70 \end{cases}$ ;      5)  $\begin{cases} 15y + 4x = 25 \\ 2x - 5 = 0 \end{cases}$ ;      6)  $\begin{cases} 3x + 16y = 12 \\ 4y - 6 = 0 \end{cases}$ .

3. Дана функция  $y(x) = \frac{x}{x+1}$ . Найдите:

а)  $y(3)$ ; б)  $y(-x)$ ; в)  $y(1-x)$ ; г)  $1/y(x)$ ; д)  $3y(2x) + 5$ .

4. Известно, что  $y(x-2) = \frac{x}{x^2+1}$ . Найдите:



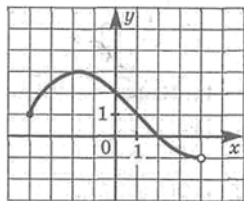
а)  $y(-1)$ ;                      б)  $y(x)$ ;                      в)  $\frac{y(x-1)}{y(2x)+1}$ .

5. Найдите область определения функций:

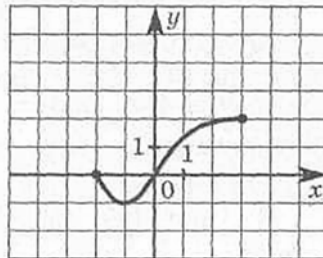
1)  $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-7}} - 1$ ;                      2)  $f(x) = \frac{25}{3 - \sqrt[4]{x}}$ ;

3)  $y = \frac{x-3}{x^2-x-6} + \sqrt{16-x^2} + \frac{\sqrt[4]{x^2-3x+2}}{x-2}$ .

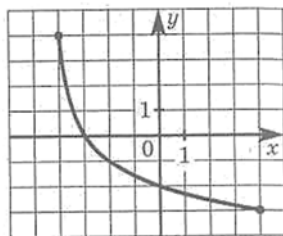
4)



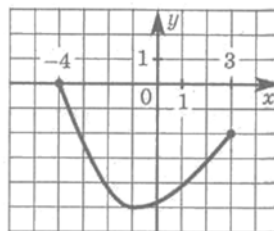
5)



6)



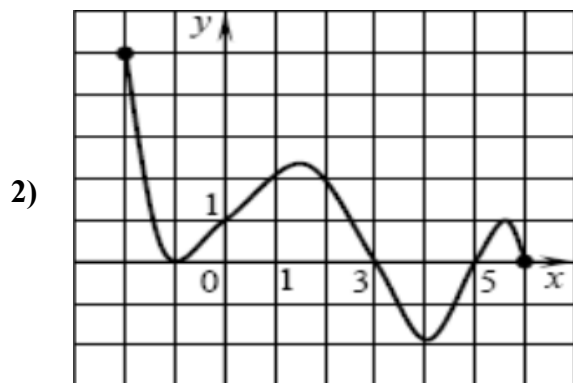
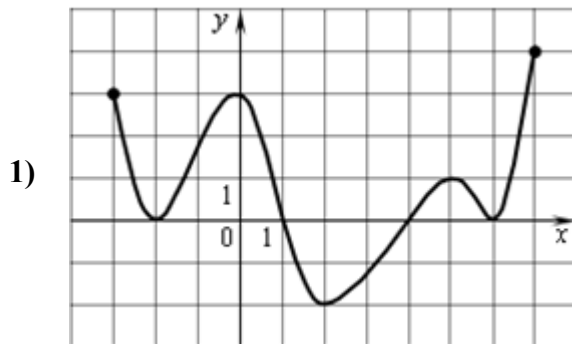
7)



6. Найдите точки пересечения функции  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 3}$

с осями координат.

7. Функция задана графиком. Укажите промежутки, на котором она принимает отрицательные значения и положительные.



8. Найдите интервалы постоянного знака функций:

1)  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+2x-3}$ ;      2)  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$ ;

3)  $y = \frac{x-3x^2}{x^2+1} + 3$ ;      4)  $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 3x - 6$ ;

5)  $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 3x - 6$ .

9. Выясните является ли функция чётной или нечётной:

1)  $y = \frac{x^2-1}{x^2+1} + 3$ ;      2)  $y = x + \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2+1}$ ;

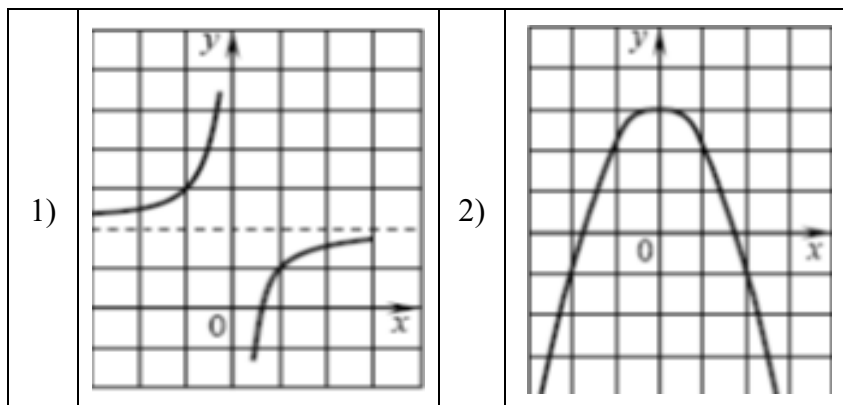
3)  $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1} + 4$ ;      4)  $y = x^2 + x + 5$ .

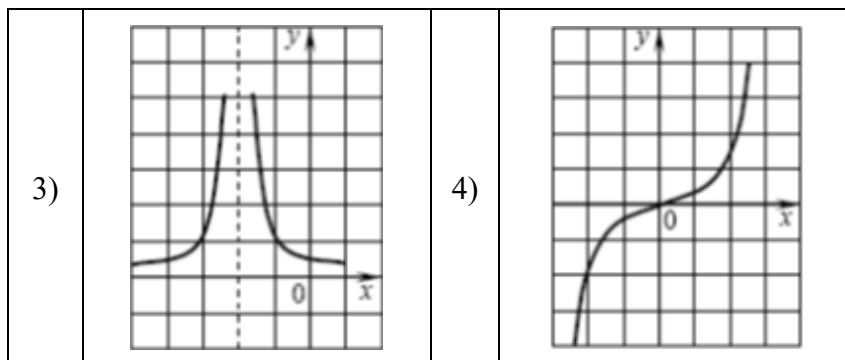
10. Дана функция  $y(x) = \frac{g(x) + f(-x) + 2g(-x)}{5f(x)}$ .

Найдите значение функции в точке  $x_0$ , если известно, что  $f(x)$  – чётная,  $g(x)$  – нечётная,  $f(x_0) = 1$ ,  $g(x_0) = -3$ .

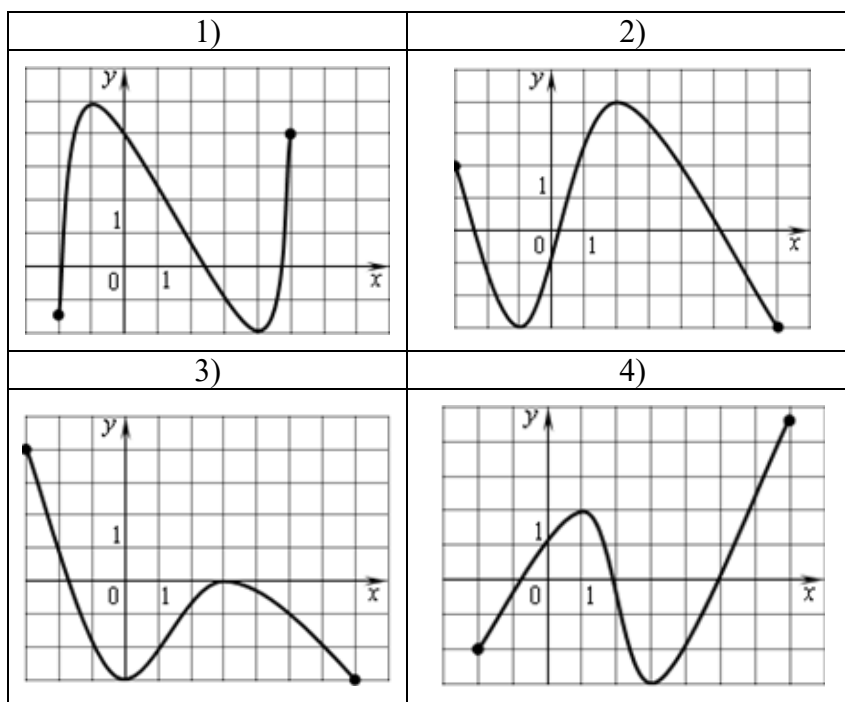
11. Дана функция  $y(x) = f(x)g(-x) + 2f(-x)$ . Найдите значение функции в точке  $x_0$ , если известно, что  $f(x)$  – чётная,  $g(x)$  – нечётная,  $f(x_0) = 2$ ,  $g(x_0) = -3$ .

12. Укажите на каком рисунке изображен график нечётной функции:

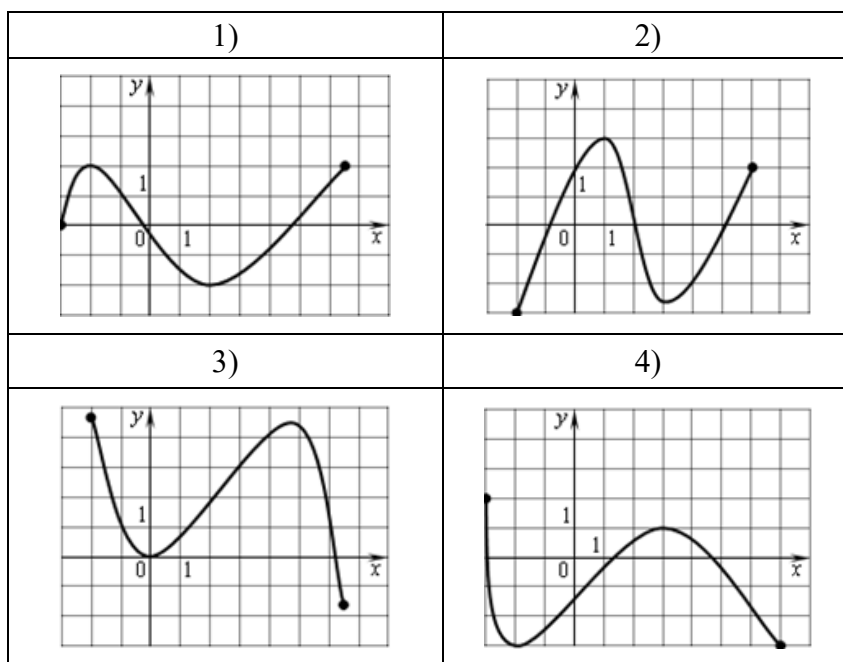




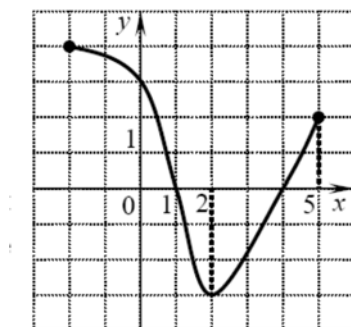
13. На каком из следующих рисунков функция, заданная графиком, убывает на промежутке  $[0; 3]$ ?



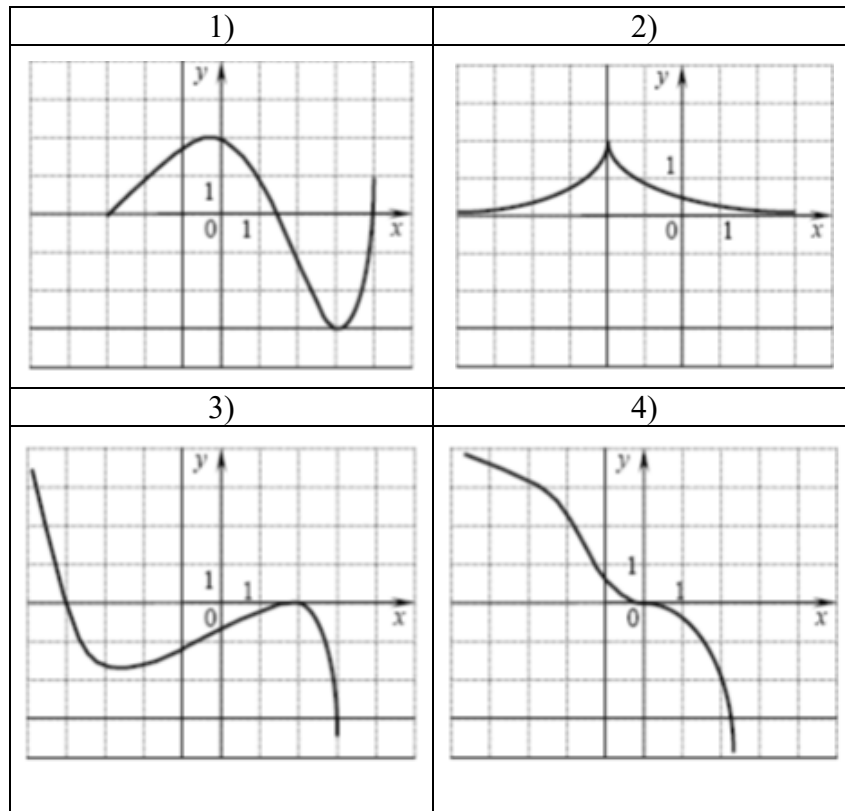
14. На каком из следующих рисунков изображен график функции, возрастающий на промежутке  $[-1; 2]$ ?



15. Функция задана графиком. На каком промежутке она возрастает?



16. Укажите график функции, возрастающей на отрезке  $[-3; 2]$ .



### Задачи

1. Прямая проходит через точки  $A(2; 3)$  и  $B(3; 10)$ .  
Напишите уравнение этой прямой.

2. Прямая проходит через точку  $(5; 2)$  и начало координат. Напишите уравнение этой прямой.

3. Прямая проходит через точку  $A(4; 3)$  параллельно прямой  $10x - 5y = 8$ . Напишите уравнение этой прямой.

4. Прямая проходит через точку (5; 0) параллельно оси ординат. Напишите уравнение этой прямой.

5. Прямая проходит через точку (0; 7) параллельно оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

6. Кросснамбер

а	б		в	
	г			
д			е	

**По горизонтали:**

а) значение  $b$ , если известно, что график функции  $y = -7x + b$  проходит через точку  $B(\frac{3}{7}; 9)$ ; в) значение выражения:

$\frac{2,1 \cdot 7,9 + 2,1^2}{0,7}$ ; г) квадрат двузначного числа; д) значение  $x$ ,

при котором дробь  $\frac{25x^2 + 30x + 9}{10x + 6}$  равна 49; е) утроенный

квадрат суммы чисел 0,75 и  $3\frac{1}{4}$ .

**По вертикали:**

б) пропущенное число, которым поддерживается закономерность: 196, 225, 256,  $\square$ , 324; в) значение  $y(\frac{1}{3})$  линейной функции  $y = 258x + 228$ .

## Квадратичной функции

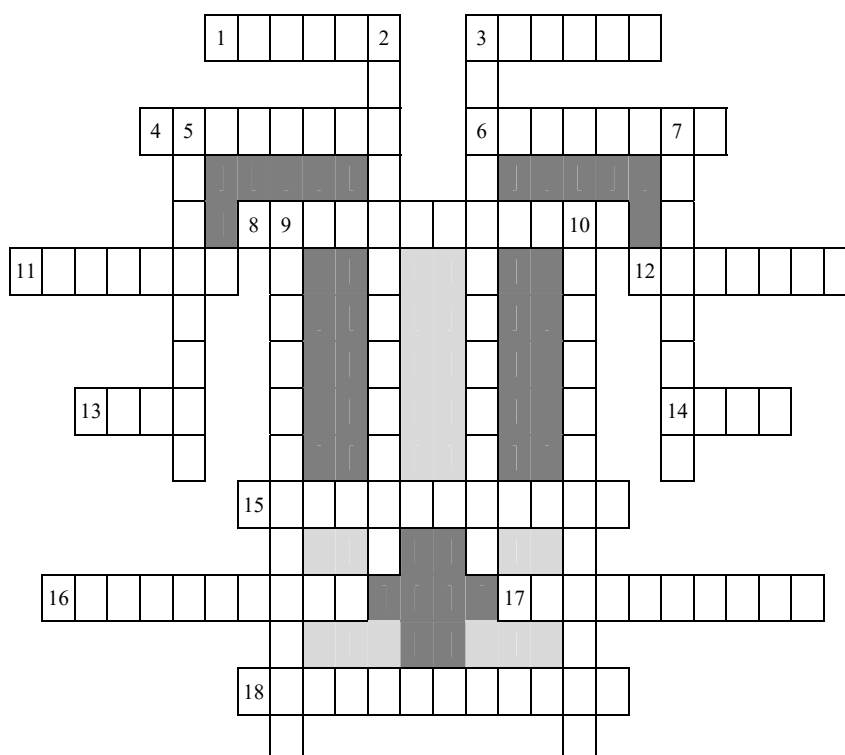
### Упражнения

1. Исследовать функцию и построить график:

- |   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| 1) $y = x^2 + 8x + 7;$                        | 2) $y = 0,5x^2 + 5x + 8;$         |
| 3) $y = -0,5x^2 + 4x - 3,5;$                  | 4) $y = x^2 - 7x + 6;$            |
| 5) $y = -x^2 + 6x - 5;$                       | 6) $y = x^2 + 10x + 16;$          |
| 7) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 3\frac{2}{3};$ | 8) $y = \frac{2}{5}x^2 + 3x + 13$ |

### Задачи

1. Кроссворд





***По горизонтали:***

1. Множество точек на координатной плоскости, дающее представление о функции.
3. График линейной функции.
4. График квадратичной функции.
6. Функция, выраженная формулой:  $y = kx + b$ .
8. Выражение, с помощью которого можно определить количество корней квадратного трехчлена.
11. Один из способов задания функции.
12. Соответствие между двумя множествами, заданное графиком, таблицей, формулой или словесным описанием.
13. Знак старшего коэффициента, при котором ветви параболы направлены вверх.
14. Названия значений аргумента, при которых значение функции равно нулю.
15. Функция, у которой большему значению аргумента соответствует ее большее значение.
16. Ордината точки.
17. Значение функции  $y = ax^2 + bx + c$  в точке с абсциссой  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ , если  $a < 0$ .
18. Уравнение вида:  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , где  $a \neq 0$ .

***По вертикали:***

2. Функция, заданная формулой:  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a \neq 0$ .
3. Числовой промежуток.
5. Одна из координат точки на координатной плоскости.
7. Независимая переменная.
9. Рассмотрение свойств функции.
10. Дробное выражение, числитель и знаменатель которого не имеют общих делителей, кроме единицы.

**Корень n-й степени. Степень с рациональным показателем**

***Упражнения***

1. ***Запишите словами числа:***

$$12^{-2}; 4^{\frac{2}{3}}; \sqrt{7}; \sqrt[3]{27}; 2\sqrt{3}; 19^{-3}; 2^{\frac{1}{5}}; \sqrt{5}; \sqrt[3]{9}; 3\sqrt{3}; 2\sqrt{19^3}.$$

2. Упростите выражения:

$$1) \frac{\left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 4^8 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^2 - 0,1^{-2}}{15 \cdot 0,5^{-1}}; \quad 2) \frac{\left(\frac{2}{9}\right)^6 \cdot 18^7 \cdot \frac{7}{128} - 160}{\left(\frac{1}{11}\right)^{-2}};$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt[3]{250}}; \quad 4) \sqrt[3]{\frac{a^9 b^3}{4 \cdot (-2)^4}}; \quad 5) \left(\frac{x-1}{x^3-1} + x^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}}-1}{x^{\frac{2}{3}}-1}.$$

3. Вычислить:

$$1) \left(2\frac{10}{27}\right)^{\frac{2}{3}} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}; \quad 2) 3 + \sqrt{10-2\sqrt{21}} - \sqrt{12+6\sqrt{3}};$$

$$3) \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt[4]{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt[4]{3}+\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-2}.$$

4. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{a^{0,5} - 16b^{0,5}}{a^{0,25} - 4b^{0,25}} - 4b^{0,25}, \text{ если } a = 16, b = 1;$$

$$2) \frac{a^{1,5} + 27b^{1,5}}{a - 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + 9b} - 2b^{\frac{1}{2}}, \text{ если } a = 9, b = 16.$$

5. Дробь освободите от иррациональности в знаменателе или в числителе:

$$1) \frac{1}{\sqrt[4]{x-2} - \sqrt[4]{2x+2}}; \quad 2) \frac{\sqrt[6]{x^5}}{x}; \quad 3) \frac{1}{\sqrt[3]{3x-1} - \sqrt[3]{3x+1}}.$$

## Степенная функция

### Упражнения

1. Опишите функцию и изобразите график:

- 1)  $y = (x-1)^2 - 1$ ;    2)  $y = (x-1)^2 + 1$ ;    3)  $y = (x+1)^2 - 1$ ;  
4)  $y = (x+1)^2 + 1$ ;    5)  $y = (x+2)^2 - 1$ ;    6)  $y = (x-1)^{-3} + 1$ ;  
7)  $y = (x+1)^{-3} - 1$ ;    8)  $y = (x-1)^{-4} - 2$ ;    9)  $y = (x+1)^{\frac{1}{2}} + 1$ ;  
10)  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}} + 1$ ;    11)  $y = -(x+1)^{\frac{1}{2}} + 1$ ;  
12)  $y = -(x-1)^{\frac{3}{5}} - 1$ ;    13)  $y = (x-1)^{\frac{3}{5}} + 2$ ;  
14)  $y = (x+1)^{\frac{4}{5}} + 1$ ;    15)  $y = (x-1)^{\frac{5}{4}} + 2$ ;

## Показательная функция. Показательные уравнения

### Упражнения

1. Решите уравнения:

- 1)  $7^x - 14 \cdot 7^{-x} = 5$ ;    2)  $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0,2$ ;  
3)  $25^x - 9 \cdot 20^x + 5 \cdot 16^x = 0$ ;    4)  $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$ .

2. Найдите множество значений функций и постройте их графики:

- 1)  $y = 6^x - 12$ ;    2)  $y = 2^x + 5$ ;    3)  $y = 4^{x-1}$ ;  
4)  $y = 3^{x-1} - 1$ ;    5)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ ;    6)  $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{-x} - 2$ .

## Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения

### Упражнения

1. Найдите число  $b$ , если:

1)  $\log_{\frac{1}{3}} b = -2$ ;    2)  $\log_5 \left( \frac{25}{b} \right) = 1$ ;    3)  $\log_{\frac{1}{7}} \left( \frac{49}{b} \right) = 1$ .

2. Решите уравнения:

1)  $\log_2 x = 3$ ;    2)  $\log_5 x = 2$ ;    3)  $\log_x 4 = 3^{\log_3 2}$ .  
4)  $\log_x 2 + \log_x 4 = 3$ ;    5)  $\log_2 x - \log_4 x = \log_8 x$ .

3. Вычислите:

1)  $\log_{\sqrt{3}} 3 - \log_2 \frac{8}{5} + \log_2 5$ ;    2)  $\log_3 \frac{1}{3} + \log_6 4 + 2 \log_6 3$ .

4. Найдите область определения функций:

1)  $y = \lg(-x)$ ;    2)  $y = \lg(2-x)$ ;    3)  $y = \lg(1-x^2)$ ;  
4)  $y = \lg(3+x^2)$ ;    5)  $y = \lg \sqrt{x}$ ;    6)  $y = \lg x^2$   
7)  $y = \lg(9-x^2)$ ;    8)  $y = \lg(x^2-4)$ ;    9)  $y = \lg \sqrt{7-x}$   
10)  $y = \lg|3-x|$ ;    11)  $y = \lg(-3x^2+5x+2)$ ;  
12)  $y = \lg(x^2-4x-3)$ ;    13)  $y = \sqrt{3-\lg x}$ ;  
14)  $y = \sqrt[6]{1-\log_{0,7} x}$ ;    15)  $y = \sqrt{3-\lg^2 x - 2 \lg x}$ .

5. Найдите множество значений функций:

1)  $y = -5 + \lg x$ ;    2)  $h(x) = 3 + \lg x$ ;    3)  $y = \log_2(2x-3)$ .

6. Найдите число нулей функции

$$y = (x-1)\lg(x^2 - 2x - 2).$$

7. Постройте графики:

- 1)  $y = \log_3 x + 1$ ;                      2)  $y = \log_4 x + 1$ ;  
3)  $y = \log_3(x-1)$ ;                      4)  $y = \log_4(x-1)$ .

## Тригонометрические функции

### Упражнения

1. Вычислите:

- 1)  $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 225^\circ$ ;  
2)  $\sin 120^\circ + \cos 210^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 300^\circ$ .

2. Найдите  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

3. Найдите  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,6$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

4. Упростите:

- 1)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ;    2)  $\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ;  
3)  $\frac{\sin(\pi + \alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} - \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{ctg}(\pi - \alpha)} + \operatorname{tg}(\pi - \alpha)$ ;

$$4) \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos(-\alpha)}{\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)};$$

**5. Докажите тождества:**

$$1) 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) + 1 = 0;$$

$$2) \frac{1}{3}(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - \frac{1}{4}(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 = \frac{1}{12}.$$

**6. Найдите множества значений функций:**

$$1) y = 3 \sin x; \quad 2) y = \sin x - 3; \quad 3) y = \frac{\sin 2x}{2};$$

$$4) y = \frac{7}{3} \cos x; \quad 5) y = 7 + \cos x; \quad 6) y = 3\sqrt{1 - \sin^2 x}.$$

**7. Найдите наибольшее целое значение функции**  
 $y = 3,9 \cos x$ .

**8. Какое из чисел  $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$  является нулем**  
 функции  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ?

**9. Построить графики функций:**

$$1) y = \cos x + 2; \quad 2) y = \sin x - 2; \quad 3) y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$4) y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right); \quad 5) y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2; \quad 6) y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2.$$

## Список рекомендуемой литературы

1. Баринаева Н.А., Соколова Л.И. Программа, тематические планы, примерные варианты контрольных работ, теоретические вопросы для подготовки к зачету. – М.: Изд-во РУДН, 2010. – 15 с.
2. Васильева О.В., Тажибаева Г.К., Хачатурова Е.Т. Показательные и логарифмические функции для иностранных студентов подготовительных факультетов: учебно-методическое пособие. – М.: РУДН, 2013. – 43 с.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. М.: МЦНМО, 1999. – 128 с.
4. Громов А.И., Кузьминов В.И., Суркова М.В. Математика. Учебное пособие. – М.: Изд-во РУДН, 2010. – 504 с.
5. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. – 2-е изд., испр. – М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 160 с.
6. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. Занимательная геометрия. – М.: ООО «Издательство АСТ», 2002. – 480 с.
7. Петраков И.С. Математика для любознательных: Кн. для учащихся 8-11 кл. – М.: Просвещение, 2000. – 256 с.
8. Сергеев И.Н., Олехин С.Н., Гашков С.Б. Примени математику. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1989. – 240 с.
9. Соколова Л.И. Методические указания к изучению элементарной математики на русском языке при раннем введении предмета. Изд. 4-е, доп. – М.: РУДН, 2007. – 29 с.
10. Соколова Л.И. Основы математики. Учебник. – М.: Изд-во РУДН, 2-е изд. доп., 2010. – 129 с.

11. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике: Кн. для учащихся 5 – 7 кл. – М.: Просвещение, 2002. – 207 с.
12. Худадатова С.С. Математика в ребусах, кроссвордах, чайнвордах, криптограммах, 6 класс. – М.: Школьная пресса, 2003. – 32 с.
13. Худадатова С.С. Математика в ребусах, кроссвордах, чайнвордах, криптограммах, 7 класс. – М.: Школьная пресса, 2003. – 32 с.
14. Худадатова С.С. Математика в ребусах, кроссвордах, чайнвордах, криптограммах, 8 класс. – М.: Школьная пресса, 2003. – 32 с.
15. Шахмейстер А.Х. Множества. Функции. Последовательности. Прогрессии. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство МЦНМО: СПб.: «Петроглиф»: «Виктория плюс», 2008. – 296 с.
16. Эммануил Иоффе Математика для всех. – М.: Научно-технический центр «Университетский»: УНИВЕР-ПРЕСС, 2005. – 464 с.
17. Юрченко Е.В., Слуцкий Л.Б. Математика. Тематическая рабочая тетрадь для восстановления базовых знаний. Части, отношения, пропорции, проценты. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 64 с.